

两种边界条件下水下悬浮隧道锚索涡激振动的稳定性比较分析*

刘 斌, 刘祚秋, 巫志文
(中山大学工学院, 广东 广州 510006)

摘要: 为了分析两种边界条件下水下悬浮隧道锚索在均匀流作用下振动的稳定性问题, 建立了锚索的振动方程并用伽辽金法对其进行简化, 采用 Lyapunov 指数法判断了锚索涡激振动的稳定性, 同时分析比较了阻尼比、弯曲刚度、锚索跨度、均匀流速和涡激频率对不同边界条件下锚索振动稳定性的影响。研究表明: 随着均匀流速的增加, 两种边界条件下的锚索都逐渐从稳定的状态转变为不稳定状态; 锚索振动系统的弯曲刚度、阻尼比越大, 锚索越容易趋于稳定状态; 两种边界条件下的涡激频率与锚索一阶固有频率接近时, 会发生涡激共振现象, 锚索最容易失稳; 随着均匀流速的增加, 两种边界条件下锚索的不稳定区域都逐渐增大, 但相比较支边界而言, 组合滑动边界条件下锚索的不稳定区域更大一些。

关键词: 涡激振动; 锚索; 稳定性; Lyapunov 指数; 边界条件

中图分类号: U459.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2015)04-0013-06

Comparative Analysis of Vortex-Induced Vibration of Submerged Floating Tunnel Tether under Two Different Boundary Conditions

LIU Bin, LIU Zuoqiu, WU Zhiwen

(College of Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: In order to analyze the vibration stability of submerged floating tunnel tether under two different boundary conditions, the vibration equation of tether was set up. The equation was simplified by Galerkin method. The vibration stability of tether was judged by Lyapunov exponent method. Effects of damping ratio, bending stiffness and span of tether, current velocity and vortex-induced frequency on vibration stability of tether were analyzed and compared under different boundary conditions. It may be concluded that tether is been gradually from stable state to unstable state as the current velocity increases under two different boundary conditions. The tether tends to be stable as the damping ratio, bending stiffness of tether increases, when the vortex-induced frequency under two different boundary conditions is close to the tether. It will occur vortex-induced resonance and the tether is easy to be unstable, and the unstable region expands gradually as the current velocity increases under two different boundary conditions, but the unstable region is larger which under the combination sliding boundary.

Key words: vortex-induced vibration; tether; stability; Lyapunov exponent; boundary condition

悬浮隧道, 由于其设计原理基于阿基米德浮力理论, 故又被称作阿基米德桥。与陆地结构物所处

环境相比, 悬浮隧道除了承受自重以外, 还要受到水流、波浪、等各种复杂环境荷载的作用, 而悬浮

* 收稿日期: 2014-09-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10672194, 10811120012)

作者简介: 刘斌(1989年生)男; 研究方向: 隧道工程设计与稳定性研究; 通讯作者: 刘祚秋; E-mail: eeslzq@mail.sysu.edu.cn

隧道的稳定又主要依靠锚索的拉力来维持, 所以研究锚索在不同环境荷载作用下的稳定性就成为了研究悬浮隧道的焦点^[1]。

目前有关悬浮隧道的研究主要集中在隧道结构的振动分析、不同激励作用下锚索的振动响应以及流固耦合对悬浮隧道的影响等方面。李剑等^[2]进行了悬浮隧道锚索的涡激锁定流速研究; 麦继婷等^[3]对水流作用下悬浮隧道张力腿的横向涡激振动做了初步探讨, 得出了位移响应、动弯矩、动剪力与参数激励频率的关系; 葛斐等^[4]推到了锚索在强迫激励和参数激励作用下的动力方程, 分析了在波浪作用下外激励频率对锚索顺流向涡激振动的影响; 陈健云等^[5]在考虑锚索垂度效应的基础上, 建立了锚索-管体耦合非线性模型, 对锚索在涡激振动和参数振动下的横向振动特性进行了研究; 孙胜男等^[6]建立了两种不同的锚索-隧道体耦合非线性参数振动模型, 并用龙格-库塔积分法对其进行了数值求解。

悬浮隧道作为水下交通结构, 一直处于波流作用下的自然环境当中, 所以波流荷载是悬浮隧道所受到的最主要的环境荷载。在波流荷载作用下, 当涡激频率和锚索的固有频率接近时, 将产生涡激共振现象, 锚索会产生大幅度的振动^[7]。这种大幅度的振动有可能使锚索失去稳定, 从而对悬浮隧道的安全和稳定产生很大的影响。悬浮隧道的稳定问题一直是可行性研究的重点, 因为悬浮隧道竖向的稳定主要是靠自身的重力和锚索的拉力来平衡其浮力; 而其水平方向的平衡则主要是靠斜拉锚索的拉力来平衡其所受到的波浪力和水流力, 因此, 锚索的稳定问题也就显得越来越重要了^[8], 因此很多学者对悬浮隧道的稳定性进行了研究。苏志彬等^[9]建立了锚索的参数振动方程, 采用 Lyapunov 指数法判断了锚索在轴向激励作用下振动的稳定性; 秦银刚等^[10]采用 Melnikov 方法研究了悬浮隧道涡激振动时混沌出现的判据; 苏志彬等^[11]建立了锚索在参数激励和涡街激励共同作用下的振动方程, 分析了锚索动静张力比的大小和锚索参数激励频率对锚索振动稳定性的影响。

为研究悬浮隧道锚索在涡激振动下的稳定性问题, 本文将悬浮隧道锚索简化为受张拉力的梁, 建立了在均匀流作用时不同边界条件下悬浮隧道锚索的非线性振动方程, 采用 Lyapunov 指数意义下的稳定性分析方法, 求解出系统的最大 Lyapunov 指数, 对两种边界条件下锚索的涡激振动稳定性进行了比较分析, 以期工程设计提供有益的参考。

1 锚索振动方程的建立

将悬浮隧道锚索简化为受张拉力的梁, 为简化其模型, 对图 1 所示悬浮隧道的振动, 引入以下假设^[12]:

- 1) 忽略波浪的影响, 只考虑流的作用, 且流为均匀定常流;
- 2) 由于锚索拉力远大于锚索自重, 因此忽略锚索拉力沿索长的变化;
- 3) 不考虑锚索与管道锚固点振动引起的参激振动。

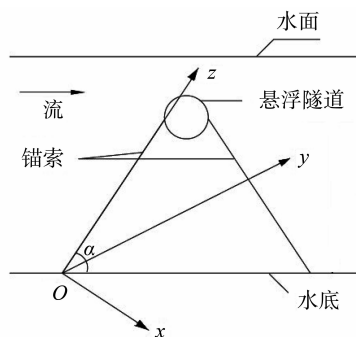


图 1 锚索振动模型

Fig. 1 Vibration model of tether

锚索模型系统的坐标系如图 1 所示坐标原点设在海底端, 沿锚索方向为 z 轴, 指向水面为正, x, y 轴分别为锚索两个侧向振动方向。

悬浮隧道锚索一般较长, 本文将锚索海底端边界视为铰接, 对于锚索与隧道连接端, 其边界条件由隧道管体自身的刚度所决定, 处于铰支座与组合滑动支座之间。组合滑动支座模型在锚索与隧道连接端不限制锚索上端的水平移动和垂直运动, 而只限制其转动, 这样的力学模型更符合悬浮隧道锚索实际的受力特点。两种边界条件如图 2 所示。

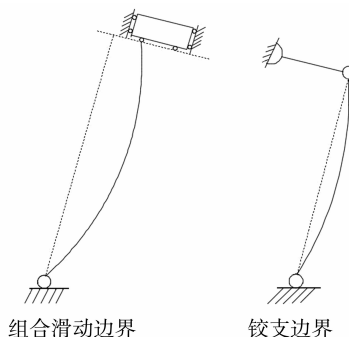


图 2 两种边界示意图

Fig. 2 Two boundaries diagram

对于铰支边界有：

$$\begin{cases} x(0,t) = 0 & \frac{\partial^2 x(0,t)}{\partial z^2} = 0 \\ x(l,t) = 0 & \frac{\partial^2 x(l,t)}{\partial z^2} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

对于组合滑动边界有：

$$\begin{cases} x(0,t) = 0 & \frac{\partial^2 x(0,t)}{\partial z^2} = 0 \\ \frac{\partial x(l,t)}{\partial z} = 0 & \frac{\partial^3 x(l,t)}{\partial z^3} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

由梁的弯曲振动方程最终可以得到锚索的振动方程为^[13]

$$EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + C_s \frac{\partial x}{\partial t} - T_0 \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = F_x(z,t) \quad (3)$$

其中： EI 为锚索的弯曲刚度； C_s 为锚索的粘性阻尼系数； m 为锚索单位长度的质量； $F_x(z,t)$ 为单位长锚索所受到的水的作用力； T_0 等于锚索张力。

由 Morison 公式，锚索横向振动引起的水体对其的单位长度上的总作用力可以表示为附加惯性力和流体阻力之和，对于有流作用（均匀流）的涡激振动， $F_x(z,t)$ 除了包含附加惯性力和流体阻力，还应包括由于涡激作用产生的升力，均匀流作用时，水体对锚索的作用由（4）式给出^[12]

$$F_x(z,t) = \frac{1}{2} \rho_w C_L D (V_c \sin \alpha)^2 \cos \omega_s t - \frac{\pi D^2}{4} \rho_w C_m \ddot{x} - \frac{1}{2} \rho_w D C_D \dot{x} |\dot{x}| \quad (4)$$

式中： ρ_w 为水的密度； D 为锚索外直径； ω_s 为涡激频率； V_c 为均匀流速，取 $V_c = 1.0$ m/s； C_L 为升力系数，取 $C_L = 0.6$ ； C_D 为拖拽力系数，取 $C_D = 1$ ； C_m 为附加质量系数， $C_m = 2.0$ 。

当锚索为铰支边界时，采用分离变量法，则振动位移可写为^[14]

$$x(z,t) = \sum_{n=1}^N x_n(t) \sin \frac{n\pi z}{L} \quad (5)$$

当锚索为组合滑动边界时，同理可得振动位移为

$$x(z,t) = \sum_{n=1}^N x_n(t) \sin \frac{(n - \frac{1}{2})\pi z}{L} \quad (6)$$

用伽辽金法化简式（3），即将（3）式两端各项乘以 $\varphi(x) = \sin \frac{n\pi z}{L}$ ，并沿梁长度方向积分，可得锚索在铰支边界条件下的振动微分方程：

$$\begin{aligned} \ddot{x}_n(t) + 2\xi_s \left[\frac{EI}{m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \frac{T_0}{m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \dot{x}_n(t) + \frac{\rho_w C_D D}{mL} \int_0^L |\dot{x}| \dot{x} \sin \frac{n\pi z}{L} dz + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{EI}{m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \frac{T_0}{m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \right] x_n(t) - \\ \frac{\rho_w C_L D (V_c \sin \alpha)^2 [1 - (-1)^n]}{n\pi \bar{m}} \cos \omega_s t = 0 \quad (7) \end{aligned}$$

同理，将（3）式两端各项乘以 $\varphi(x) = \sin \frac{(n - \frac{1}{2})\pi z}{L}$ ，并沿梁长度方向积分，可得锚索在组合滑动边界条件下的振动微分方程：

$$\begin{aligned} \ddot{x}_n(t) + 2\xi_s \left[\frac{EI}{m} \left(\frac{(n - \frac{1}{2})\pi}{L} \right)^4 + \frac{T_0}{m} \left(\frac{(n - \frac{1}{2})\pi}{L} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \dot{x}_n(t) + \frac{\rho_w C_D D}{mL} \int_0^L |\dot{x}| \dot{x} \sin \frac{(n - \frac{1}{2})\pi z}{L} dz + \\ \left[\frac{EI}{m} \left(\frac{(n - \frac{1}{2})\pi}{L} \right)^4 + \frac{T_0}{m} \left(\frac{(n - \frac{1}{2})\pi}{L} \right)^2 \right] x_n(t) - \\ \frac{\rho_w C_L D (V_c \sin \alpha)^2}{(n - \frac{1}{2})\pi \bar{m}} \cos \omega_s t = 0 \quad (8) \end{aligned}$$

本文取第一阶振动模态化简式（7）、（8）^[10]，整理得：

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\omega_1 \xi_s \dot{x} + \frac{\rho_w C_D D}{mL} \int_0^L |\dot{x}| \dot{x} \sin \frac{\pi z}{L} dz + \\ \omega_1^2 x - \frac{2\rho_w C_L D (V_c \sin \alpha)^2}{\pi \bar{m}} \cos \omega_s t = 0 \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\omega_2 \xi_s \dot{x} + \frac{\rho_w C_D D}{mL} \int_0^L |\dot{x}| \dot{x} \sin \frac{\pi z}{2L} dz + \\ \omega_2^2 x - \frac{2\rho_w C_L D (V_c \sin \alpha)^2}{\pi \bar{m}} \cos \omega_s t = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

其中： $\bar{m} = m + \frac{\pi D^4}{4} \rho_w C_m$ 为单位长度锚索质量和水体附加质量之和； $C_s = 2\bar{m}\omega_1 \xi_s$ 或 $C_s = 2\bar{m}\omega_2 \xi_s$ ， ξ_s 为锚索的阻尼比； $\omega_1^2 = \frac{T_0}{m} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 + \frac{EI\pi^4}{mL^4}$ ， ω_1 为铰支边界下锚索的一阶固有频率； $\omega_2^2 = \frac{T_0}{m} \left(\frac{\pi}{2L} \right)^2 + \frac{EI}{m} \left(\frac{\pi}{2L} \right)^4$ ， ω_2 为组合滑动边界下锚索的一阶固有频率。

2 锚索的稳定性分析与结果

本文采用 Lyapunov 指数法对两种边界条件下悬浮隧道锚索的涡激振动进行稳定性比较分析，对一个微小的摄动，若摄动运动与无摄动运动非常接近，那么运动则是稳定的；否则运动就是不稳定的，即使是微小的摄动也会引起运动非常明显的变化。Lyapunov 指数 I 是相空间相邻轨迹的平均发散

性或平均收敛性的一种度量,它反映了系统的稳定情况,其表达式如式(10)所示

$$I_k = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{|\varphi_k(t)|}{|\varphi_k(t_0)|}, k = 1, 2, \dots \quad (10)$$

式中, $\varphi_k(t_0)$ 为相空间 k 方向上的初始摄动量,所求的 Lyapunov 指数由大到小依次递减,由最大的 Lyapunov 指数 I 来判别系统的稳定性,当 $I < 0$ 时系统处于稳定状态,当 $I = 0$ 时系统处于临界状态,当 $I > 0$ 时系统处于不稳定状态^[15]。

目前全球第一座悬浮隧道尚未面世,而我国浙江的千岛湖悬浮隧道试验段很有可能成为世界第一座悬浮隧道,所以本研究锚索基本参数的选取参考了拟建的千岛湖悬浮隧道的设计参数,具体取值如表 1 所示^[16]。

表 1 基本参数
Table 1 Basic parameters

参数	取值
长度/m	20.8
直径/m	0.06
单位长度质量/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$)	22.1
密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	7 850
弹性模量/Pa	2.1×10^{11}
倾角/($^\circ$)	60
阻尼比	0.01
初始扰动/m	0.000 1
初张力/N	10 450

本文采用 MATLAB 软件编程序求解 Lyapunov 指数,其求解迭代图形如图 3 所示,图 3 曲线包括瞬态振动和稳态振动,前 20 000 步为瞬态振动,本文在分析时未予考虑。

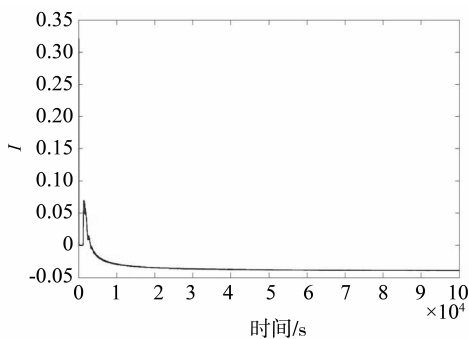


图 3 Lyapunov 指数求解图

Fig. 3 Lyapunov exponent solving graph

2.1 阻尼对锚索振动稳定性的影响

取涡激频率接近锚索一阶固有频率时,均匀流速为 1 m/s 时,阻尼对锚索振动稳定性的影响如图 4 所示。从图 4 可见,随着锚索阻尼比的增大,锚索逐渐从不稳定的状态转变为稳定状态,相比组合滑动边界下的锚索而言,加大阻尼比能使铰支边界下的锚索更快地进入稳定状态。

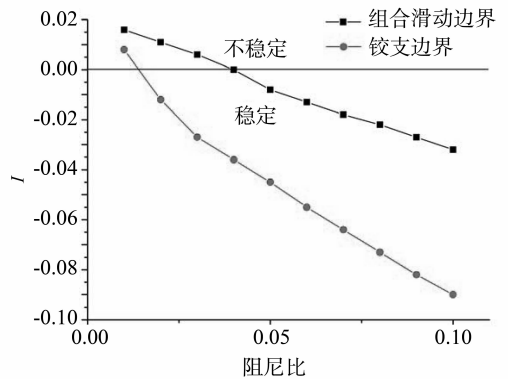


图 4 阻尼比与锚索稳定性的关系

Fig. 4 Relationship between damping ratio and stability of tether

2.2 均匀流速对锚索振动稳定性的影响

取涡激频率接近锚索一阶固有频率时,均匀流速对锚索振动稳定性的影响如图 5 所示。从图 5 可见,随着均匀流速的增加,两种边界条件下的 Lyapunov 指数 I 都呈增大趋势,即锚索逐渐从稳定的状态转变为不稳定状态,但组合滑动边界条件下锚索的不稳定性变化速率比较支边界条件下更大一些,表明在相同均匀流速下,组合滑动边界条件下的锚索更容易失稳。故在进行悬浮隧道选址时,应尽量考虑流速较小的地方作为悬浮隧道修建地址。

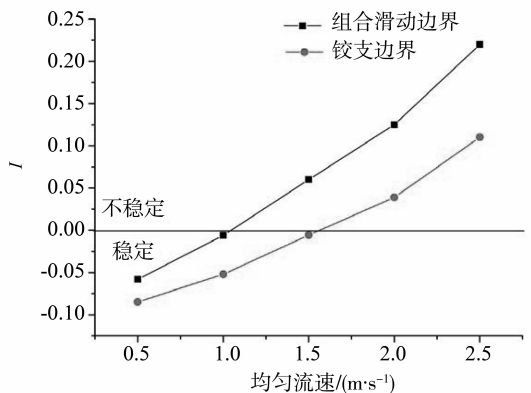


图 5 均匀流速与锚索稳定性的关系

Fig. 5 Relationship between current velocity and stability of tether

2.3 弯曲刚度对锚索振动稳定性的影响

取涡激频率接近锚索一阶固有频率，均匀流速为 1 m/s 时，弯曲刚度对锚索振动稳定性的影响如图 6 所示。从图 6 可见，在其他因素不变的前提下，增加锚索的弯曲刚度，两种边界条件下锚索的稳定性均会有所提高，但与铰支边界相比，在计算范围前期内组合滑动边界条件下锚索的稳定性增加得更快一些。随着锚索弯曲刚度的逐渐变大，铰支边界条件下的 Lyapunov 指数值降低的速度趋于平缓，而组合边界边界条件下的 Lyapunov 指数值仍然有不断降低的趋势。为保证锚索的稳定性，可通过增加锚索的弹性模量或者是锚索的截面惯性矩来增大锚索的弯曲刚度，但应该注意到增加锚索的弹性模量或者加大截面惯性矩，会增加锚索的选材难度同时也会使工程造价提高很多，无疑会使结构的经济性降低，所以应该综合考虑经济性和安全性来设计锚索的弯曲刚度。

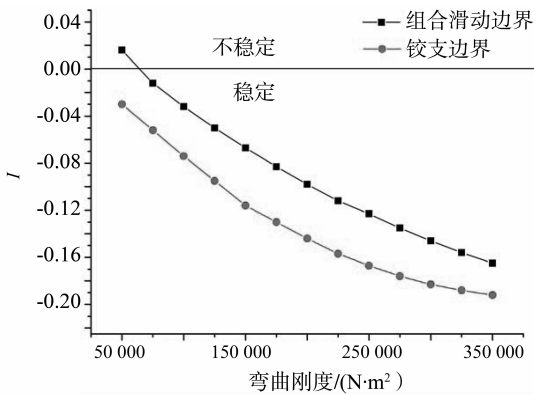


图 6 弯曲刚度与锚索稳定性的关系

Fig. 6 Relationship between bending stiffness and stability of tether

2.4 锚索跨度对锚索振动稳定性的影响

取涡激频率接近锚索一阶固有频率，均匀流速为 1 m/s 时，锚索跨度对锚索振动稳定性的影响如图 7 所示。从图 7 可见，在其他因素不变的前提下，增加悬浮隧道锚索的长度相当于降低了锚索的弯曲刚度，与铰支边界下的锚索相比，组合滑动边界条件下的锚索随着锚索跨度的增加更容易失去稳定。增加悬浮隧道锚索的长度同时也会使锚索的固有频率降低，即在均匀流作用下，涡激频率更容易接近锚索的固有频率，从而锚索更容易发生涡激共振现象，这对悬浮隧道的安全性将产生不利的影响。

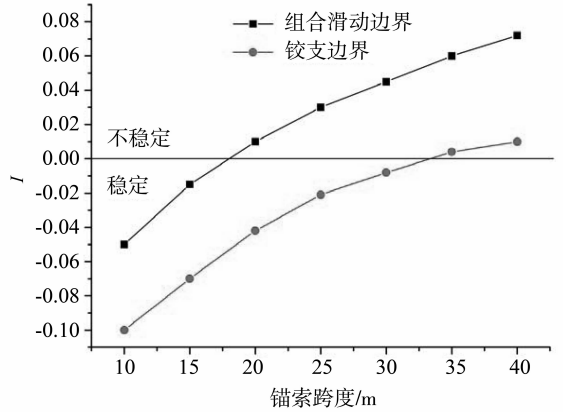


图 7 锚索跨度与锚索稳定性的关系

Fig. 7 Relationship between span and stability of tether

2.5 涡激频率对锚索振动稳定性的影响

取均匀流速为 1.0 ~ 2.0 m/s，频率比 (ω_s/ω_1 或 ω_s/ω_2) 范围为 0.8 ~ 1.2 时，涡激频率对锚索振动稳定性的影响如图 8 所示。从图 8 可见，在铰支边界条件下，当均匀流速低于 1.0 m/s 时，所有 Lyapunov 指数 I 均小于 0，这表明锚索系统总是稳定的，而与涡激频率大小无关。在组合滑动边界条件下，当流速增至 2.0 m/s，涡激频率在 0.8 ~ 1.2 ω_2 范围内时，Lyapunov 指数 I 均大于 0。由此可见：取涡激频率接近锚索一阶固有频率时，锚索最容易发生失稳现象，涡激振动下锚索是否会失稳不仅取决于均匀流速的大小，而且还取决于涡激频率和锚索固有频率之间的关系。

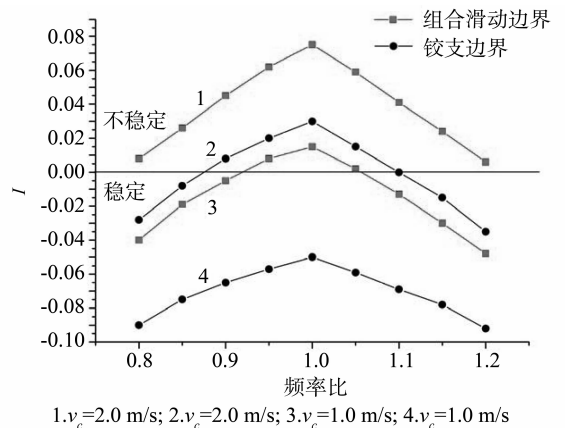


图 8 不同均匀流速和涡激频率下的 Lyapunov 指数

Fig. 8 Corresponding Lyapunov exponent of different current velocity and vortex-induced frequency

本文用折线将不同均匀流速和涡激频率作用下锚索系统的临界点连接起来构成系统的稳定区与不稳定区，其区域图形如图 9 所示。从图 9 可见，

随着均匀流速的增加,两种边界条件下的锚索涡激振动不稳定区域都逐渐增大,但相比较支边界下的锚索而言,组合滑动边界条件下锚索的不稳定区域范围更大一些。根据锚索的实际受力情况,其上端力学模型应该介于铰支和组合滑动支座之间,故建议在实际工程设计中可参考组合滑动边界条件下的受力情况进行设计,以确保悬浮隧道的安全性。

锚索涡激振动不稳定区域都逐渐增大,相比较支边界下的锚索而言,组合滑动边界条件下锚索的不稳定区域范围更大一些。故建议在实际工程设计中可参考组合滑动边界条件下锚索的受力情况进行设计,以确保悬浮隧道的安全性。

参考文献:

- [1] INGERSLEV L C F. Water crossings-the options [J]. Tunneling and Underground Space Technology, 1998, 13 (4): 357 - 363.
- [2] 李剑. 水中悬浮隧道概念设计及其关键技术研究 [D]. 上海: 同济大学, 2003.
- [3] 麦继婷, 关宝树. 用 Morison 方程计算分析悬浮隧道所受波浪力初探 [J]. 石家庄铁道学院学报, 2003, 3 (16): 1 - 4.
- [4] 葛斐, 惠磊, 洪友士. 水中悬浮隧道在波浪场中非线性动力响应的研究 [J]. 应用力学学报, 2008, 6, 2 (25): 207 - 211.
- [5] 陈健云, 孙胜男, 苏志彬. 水流作用下悬浮隧道锚索的动力响应 [J]. 工程力学, 2008, 25(10): 229 - 234.
- [6] 孙胜男, 陈健云. 悬浮隧道锚索多阶涡激非线性振动 [J]. 大连海事大学学报, 2007, 4(33): 86 - 90.
- [7] 张科乾. 悬浮隧道结构设计分析与健康监测 [D]. 杭州: 浙江大学, 2011: 107 - 108.
- [8] 陈健云, 王变革, 孙胜男. 水流作用下悬浮隧道锚索的动力响应 [J]. 工程力学, 2007, 24(10): 229 - 234.
- [9] 苏志彬, 孙胜男. 参数激励下水下悬浮隧道锚索的稳定性研究 [J]. 中南大学学报, 2013, 44(6): 2549 - 2553.
- [10] 秦银刚. 洋流涡激作用下水中悬浮隧道稳定性的关键技术研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2009: 48 - 56.
- [11] 苏志彬, 孙胜男. 水下悬浮隧道锚索稳定性分析 [J]. 海洋工程, 2015, 33(1): 119 - 124.
- [12] 陈健云, 王变革, 孙胜男. 悬浮隧道锚索的涡激动力响应分析 [J]. 工程力学, 2007, 24(10): 186 - 192.
- [13] 马驰, 董艳秋, 杨丽婷. 海洋平台张力腿在两种边界条件下的涡激非线性振动的比较研究 [J]. 船舶力学, 2000, 4(1): 56 - 65.
- [14] 唐友刚. 高等结构动力学 [M]. 天津: 天津大学出版社, 2002: 40 - 80.
- [15] 刘晓莉, 戎海武, 张磊. 随机 Mathieu 系统的 Lyapunov 指数和稳定性 [J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2001, 40(4): 32 - 34.
- [16] 晁春峰. 悬浮隧道流固耦合动力响应分析及试验研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2013: 61 - 62.

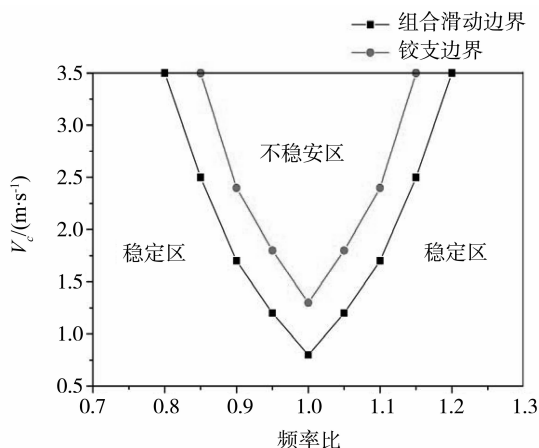


图9 两种边界条件下的稳定区和不稳定区

Fig. 9 Stable region and unstable region under two different boundary conditions

3 结论

本文考虑了 2 类不同的边界条件, 建立了锚索的涡激非线性振动方程, 以千岛湖隧道为例, 对两种边界条件下悬浮隧道锚索在均匀流作用时的振动稳定性进行了分析比较, 得出了如下结论:

1) 两种边界条件下锚索振动系统的阻尼比越大, 锚索就越容易趋于稳定状态, 相比组合滑动边界下的锚索而言, 加大阻尼比能使铰支边界下的锚索更快地进入稳定状态。

2) 均匀流作用时两种边界条件下的悬浮隧道锚索是否会失稳不仅取决于均匀流速和涡激频率, 而且还与锚索的弯曲刚度、锚索跨度等因素有关。

3) 两种边界条件下锚索涡激振动失稳的范围取决于均匀流速的大小和涡激频率与锚索固有频率之间的关系; 当涡激频率与锚索一阶固有频率接近时, 锚索最容易发生失稳。

4) 随着均匀流速的增大, 组合滑动边界条件下锚索的不稳定性变化速率比较支边界条件下更大一些, 表明在相同均匀流速下, 组合滑动边界条件下的锚索更容易失稳。

5) 随着均匀流速的增加, 两种边界条件下的